Р Е Ц Е Н З И Я

на дисертационен труд

за придобиване на образователна и научна степен „доктор"

Автор на дисертационния труд: гл.ас. Димитър Стойков Стойков, ХТМУ-София;

Тема на дисертационния труд: "Метод на граничните уравнения за устойчивост на импулсни диференциални уравнения";

Научна област: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. математика;

Научна специалност: Диференциални уравнения;

Изготвил рецензията: проф. д-р Маргарита Димитрова, ТУ-София, Инженерно-педагогически факултет-Сливен

1. Отправни и нормативни документи

При изготвянето на моята рецензия ще се съобразя основно със следните нормативни актове:

- Според чл. 6 ал. 3 от Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), а също така съгласно чл. 11 ал. 1 от Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности (ППНСЗАД) в ХТМУ следва, че дисертационният труд за придобиване на образователната и научна степен "доктор" трябва да съдържа (цитирам): "...научни или научно-приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката…";

- От ППНСЗАД в ХТМУ и в частност съгласно препоръчителните критерии за придобиване на образователна и научна степен "доктор" (виж чл. 11 ал. 4) е необходимо (цитирам): „Дисертационният труд трябва да се основава на най-малко на една публикация в списание с импакт фактор или на две научни публикации в научни издания без импакт фактор, или на три научни пуликации в доклади на международни научни форуми, отпечатани в пълен текст в сборници с редактор";

- Цитирам чл. 11 ал.5 от ППНСЗАД в ХТМУ: "Авторефератът трябва да съдържа цели и задачи, използвани методи, получени основни резултати, изводи, заключения...";

- Рецензията ще бъде съобразена с изискванията на чл.11, ал.1 от

ППНСЗАД в ХТМУ.

2. Актуалност на проблема

Резултатите, получени в дисертационният труд са в една сравнително нова област на диференциалните уравнения, а именно – качествена теория на импулсните диференциални уравнения. Както редица автори отбелязват, този тип уравнения са пригодени за моделиране на динамични процеси, които рязко (под формата на импулси) променят състоянието си. Това им качество ги прави интересен математически обект за изследване. Изучаването им стартират в началото на 60-те години на миналия век с няколко публикации на А. Мышкис и В. Мильман. Оценката на научната общественост за ролята на импулсните уравнения в науката и практиката можем да видим във факта, че три теми в Mathematics Subject Classification са посветени на този вид уравнения. С радост ще отбележа, че българските учени са сред най-активните при изследване на импулсните уравнения. Монографията

Lakshmikantham V., Bainov D., Simeonov P., Theory of impulsive differential equations, World Scientific, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, (1989)

е цитирана до днес (26. 02 2014 г.) 3664 пъти. Средното годишно цитиране е от 147 пъти (грубо казано през ден) и то в продължение на 25 години.

Темата на дисертационния труд е актуална и резултатите, получени в него, са важни, както от теоретична, така и от практична гледна точка.

3. Обзор на съдържанието и резултатите в дисертацонния труд

Представеният за рецензиране дисертационен труд съдържа увод, две глави, заключение, списък на публикациите по темата и библиография с общ обем от 122 стр.

В увода е въведена система нелинейни неавтономни обикновени диференциални уравнения с променливи импулсни моменти или накратко импулсна система (ИС):

Първият елемент на ИС е:

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x). \tag{1}$$

Чрез горната система се описват непрекъснатите етапи от динамиката на моделираните процеси. Функцията $f \in C\left[R^+ \times D, R^n\right]$ и областта $D \subset R^n$.

Вторият елемент на ИС са хиперповърхнините, чрез които се определят моментите на импулсни въздействия:

$$\sigma_i = \left\{\left(t,x\right);\ t = t_i\left(x\right),\ x \in D\right\},\ \ i = 1,2,\ldots, \tag{2}$$

където функциите $t_i \in C\left[D, R^+\right]$ и са изпълнени неравенствата $t_1\left(x\right) < t_2\left(x\right) < \ldots$, $x \in D$. Импулсните моменти $\tau_1, \tau_2, \ldots$ са решения на системите алгебрични уравнения $t_i\left(x\left(t, x_0\right)\right) = 0,\ i = 1,2,\ldots,$ където $x\left(t; x_0\right)$ е решение на (1) с начална точка x_0 в момента t_0. Валидни са равенствата $\tau_i = t_{j_i}\left(x\left(\tau_i\right)\right),\ i = 1,2,\ldots$ В общия случай е изпълнено $i \neq j_i,\ i = 1,2,\ldots$.

Третият елемент на ИС са така наречените импулсни функции, чрез които се определят големините (и посоките) на импулсните въздействия Означени са с $I_1, I_2, \ldots : D \to R^n$. Тези въздействия аналитично се описват както следва:

$$x\left(\tau_i + 0, x_0\right) = x\left(\tau_i, x_0\right) + I_{j_i}\left(x\left(\tau_i, x_0\right)\right),\ i = 1,2,\ldots.$$

Решенията на съответните начални задачи на разглежданите импулсни системи диференциални уравнения са частично непрекъснати функции с точки на прекъсване от първи род (това са точките $\tau_1, \tau_2, \ldots$), в които решенията са непрекъснати отляво.

Първа глава. Главата съдържа три параграфа и може да се каже, че има спомагателен и въвеждащ характер. Най-важните резултати тук са свързани с:

1. Условия за отсъствието на феномена „биене”. Този феномен е характерен само за импулсните уравнения с променливи моменти на въздействия. Състои се в многократно срещане на една и съща хиперповърхнина. Ако тези срещи са безбройно много, е възможно решението да загине в резултат на импулсните въздействия. Това означава, че решението не е продължимо до безкрайност, в резултат на което се поставя под съмнение възможността за изследване на устойчивостта на решенията. Тук ще отбележа, че всяка последователна повторна среща на интегралната крива на изучаваната система с някоя импулсна хиперповърхнина може да се случи от двете нейни страни:

- Първо, от страната, където е разположена интегралната крива до момента на срещата. Това означава, че след импулса е задължително интегралната крива да попадне в частта от разширеното пространство, определена от тази хиперповърхнина, която част не съдържа интегралната крива до този импулсен момент.

- Второ, от страната, не съдържаща интегралната крива (до момента на поредната среща). Тук, за да предотврати тази възможност авторът е предложил едно много ефективно и лесно за проверяване достатъчно условие, а именно $ML_i < 1$, където $\left\| f(t,x) \right\| \le M$ и $\left\| t_i(x') - t_i(x'') \right\| \le L_i \left\| x' = x'' \right\|$, $x, x', x'' \in D$, $t \in R^+, i = 1, 2, \dots$.

2. Обобщено е понятието непрекъсната зависимост относно смущения в началната точка и дясната страна (за импулсни уравнения с нефиксирани моменти на импулсни въздействия). Посочени са условия, от които следва, че решенията на тези системи притежават споменатото качество. Ще обърна внимание на една специфична особеност на споменатото обобщение. Равномерна близост между решенията на изходната и смутената задачи не се изисква, когато времето принадлежи на интервала между съответните им импулсни моменти. Действително, точно между тези съответни моменти броят на импулсните въздействия върху сравняваните решения е различен (разликата е един импулс). Поради тази причина "отнапред зададена близост" между решенията (в термините на равномерната метрика) в интервалите между съответните импулсни моменти няма.

3. В последния параграф на главата се разглежда модел от популацинната динамика на съобщество от тип жертва-хищник подложен на кратковременни външни намеси, които се изразяват в отнемане на определени количества биомаса както от „жертвата" така и от „хищника". Установени са условия, гарантиращи непрекъснатата зависимост на съобществото относно началните количества на биомасите на двата вида и скоростта на изменението им.

Втора глава. Резултатите постигнати тук са основни в дисертационния труд. Изследва се специфичен клас импулсни системи неавтономни диференциални уравнения с нефиксирани моменти на импулсни въздействия, който подробно дефинирахме в началото на тази точка от рецензията. Въведени са редица важни понятия от които ще посочим:

- гранична функция;

- начална задача за гранични импулсни уравнения;

- транслирана начална задача за импулсни уравнения;

- тотална устойчивост и еквитотална устойчивост на решенията на система импулсни диференциални уравнения.

Граничните функции f^*, съответни на дясната страна f на изследваната импулсна система (ако съществуват), се намират с помощта на равенствата:

$$f^*(t,x)=\lim_{i\to\infty} f_{\theta_i}(t,x),\; f_{\theta_i}(t,x)=f(t+\theta_i,x),\; \lim_{i\to\infty}\theta_i=\infty .$$

Транслираната начална задача за импулсна система от разглеждания вид се получава, като изходните импулсни хиперповърхнини (2) се заменят с хиперповърхнините

$$\sigma_i^\theta=\{(t,x);\; t=t_i(x)+\theta,\, x\in D\},\;\; \theta\in R^+,\, i=1,2,\ldots .$$

Основните резултати в главата са:

1. Намерени са достатъчни условия, при които от тотална устойчивост независимо от транслацията на импулсните хиперповърхнини, на произволно гранично уравнение следва тотална устойчивост на изходното импулсно уравнение.
2. Посочени са достатъчни условия, при които от тотална устойчивост независимо от транслацията на импулсните хиперповърхнини, на изходното импулсно уравнение следва тотална устойчивост на произволно гранично импулсно уравнение.

Получените резултати са приложени при изследване за устойчивост на решенията на модела от последния параграф на предходната глава с помощта на граничните уравнения.

4. Приноси на дисертационния труд

След запознаване с изследванията на докторанта, констатирам, че основните цели, формулирани на стр.25 от дисертацията, са постигнати.

В десертационният труд има съществени научни приноси в областта на качествената характеристика на решенията на неавтономните системи диференциални уравнения с нефиксирани моменти на импусни въздействия. Постигнатите резултати можем да причислим към адаптиране на известни методи към нови области на приложения.

В предоставения ми за рецензия дисертационен труд има научно-приложни резултати. Част от теоретичните резултати са приложени за реални проблеми от популационната динамика.

Общото ми заключение по отношение на приносите е , че са достатъчни за присъждането на образователната и научна степен “доктор” на гл.ас. Д Стойков.

5. Публикации и цитирания по дисертационня труд.

По темата на дисертационния труд г-н Д. Стойков е публикувал 3 научни статии в реферираните международни научни списания:

- Mathematica Balkanica: New Series;
- International J. of Differential Equations and Applications.

Една от публикациите е самостоятелна.

Публикациите по дисертацията са цитирани два пъти:

- в монография от български автори;
- в научно списание от чуждестранни автори.

6. Критични бележки и коментари

Нямам съществени критични бележки и коментари, които да са извън моите лични предпочитания, които, разбира се, може да не се покриват със стила и оформлението на дисертацията. Считам, че този тип бележки (лични предпочитания) не трябва да бъдат предмет на бележки и коментари, поради което ги пренебрегвам.

Определено считам, че изследванията на дисертанта са важни, а също така, че те могат да послужат като отправна точка за последващи разглеждания.

Най-напред е възможно да се обобщи класа на изследваните импулсни уравнения. Например импулсните множества да са с произволна аналитична структура, т.е. не само хиперповърхнини - както е в дисертационния труд. В този случай значително ще се затруднят изследванията, свързани с отсъствие на явлението биене и продължимост на решенията. Ще се наложи да се изобретят нов тип условия, свързани с импулсните въздействия от една страна и импулсните множества – от друга.

На второ място е възможно да се изследва нов тип метрика между решенията на импулсните уравнения и от там нов тип устойчивост. По-конкретно, равномерната метрика между решенията на импулсно уравнение, когато импулсните моменти съвпадат (такъв е случаят с фиксирани моменти на импулсни въздействия), е подходяща. Съвпада с класическия вариант на разстояние между две функции, т.е.

$$\rho\left(x\left(t,x_0\right),x\left(t,x_0^*\right)\right)=\sup\left\{\left\|x\left(t,x_0\right)-x\left(t,x_0^*\right)\right\|,\ t\geq t_0\right\},$$

където x_0 и x_0^* са началните точки във фазовото пространство, а t_0 е началният момент. Това не е така в случая на променливи импулсни моменти (както е при уравненията от дисертационния труд). Тук "разстоянието" има вида

$$\begin{aligned}&\rho\left(x\left(t,x_0\right),x\left(t,x_0^*\right)\right)\\&=\sup\left\{\left\|x\left(t,x_0\right)-x\left(t,x_0^*\right)\right\|,\ t\geq t_0,\ t\notin\left[\min\left\{\tau_i,\tau_i^*\right\},\max\left\{\tau_i,\tau_i^*\right\}\right],\ i=1,2,\ldots\right\},\end{aligned}$$

където $\tau_1,\tau_2,\ldots$ и $\tau_1^*,\tau_2^*,\ldots$ са съответно импулсните моменти на решенията $x\left(t,x_0\right)$ и $x\left(t,x_0^*\right)$. Този вид "връзка" между решенията с различни (променливи) импулсни моменти е въведен от А. Самойленко и Н. Перестюк в монографията им

Самойленко А., Перестюк Н., Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием, Вища шк., Киев, (1987).

Строго погледнато, последната формула не удовлетворява изискванията за разстояние. Поради това съм убедена, че е необходимо да се разгледат други видове оценки между решенията (не произхождащи от равномерното разстояние между функции). Ще обърна внимание, че според мен е подходяща Хаусдорфовата метрика. При нея се избягва отсъствието на оценка на разликата на решенията в интервалите, заключени между съответните импулсни моменти.

7. Лични впечатления за дисертанта

Познавам гл. ас Димитър Стойков повече от двадесет години, като участник и организатор на ежегодните математически колоквиуми, провеждани в град Пловдив. Присъствала съм на няколко негови доклада, посветени на качествената теория на импулсните диференциални уравнения. Докладите му предизвикваха научен интерес сред специалистите. Поради сходните ни научни интереси съм имала възможност неколкократно да беседвам с него на различни теми от теорията на импулсните диференциални уравнения. Определено считам, че е изграден специалист в областта на качествената теория на диференциалните уравнения и техните приложения. Надявам се, че неговите научни изследвания ще продължат със същата интензивност и занапред.

8. Заключение

Получените резултати в дисертационния труд и направените по-горе в рецензията коментари ми дават основание да направя следните изводи:

1. Дисертационният труд съдържа сериозни теоретични изследвания, които са новост във фундаменталната и качествената теория на диференциалните уравнения. Те са оригинален принос на дисертанта и предтавляват научен интерес;
2. Дисертационният труд съдържа приложни математически модели, които илюстрират важността на получените от гл. ас Димитър Стойков теоретични резултати;
3. Достиженията в дисертационния труд отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и ППНСЗАД в ХТМУ за придобиване на образователната и научна степен "доктор".

Поради посочените по-горе факти оценявам „**положително**" изследванията в дисертационния труд.

Предлагам на научното жури да присъди образователната и научна степен "доктор" на гл. ас. Димитър Стойков Стойков в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика ; научна специалност Диференциални уравнения.

26. 02. 2014 г.

Рецензент:..

(проф. Маргарита Димитрова)