РЕЦЕНЗИЯ

върху дисертационен труд за придобиване на образователната и научна степен „доктор“

Автор на дисертационния труд: асистент Стефан Михайлов Филипов, ХТМУ – София, катедра Информатика;

Тема на дисертационния труд: “Стрелково-проекционен метод за гранични задачи за обикновени диференциални уравнения от втори ред“;

Научна област: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.6. Информатика и компютърни науки;

Научна специалност: Информатика;

Изготвил рецензията: проф. д-р Ангел Борисов Дишлиев, ХТМУ – София, катедра Математика.

1. Нормативни документи

При изготвянето на моята рецензия ще се съобразя стриктно със следните изисквания на съответните нормативни документи:

1. Според чл. 6 ал. 3 от Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), а също така съгласно чл. 11 ал. 1 от Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности (ППНСЗАД) в ХТМУ следва, че дисертационният труд за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ трябва да съдържа (цитирам): „...научни или научноприложни резултати, които представляват оригинален принос в науката...“;
2. От ППНСЗАД в ХТМУ и в частност съгласно препоръчителните критерии за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ (виж чл. 11 ал. 4) е необходимо (цитирам): „Дисертационният труд трябва да се основава най-малко на една публикация в списание с импакт фактор, или на две научни публикации в научни издания без импакт фактор, или на три научни публикации в доклади на международни научни форуми, отпечатани в пълен текст в сборници с редактор“;
3. Цитирам чл 11 ал 5 от ППНСЗАД в ХТМУ: „Авторефератът трябва да съдържа цели и задачи, използвани методи, получени основни резултати, изводи, заключения ...“;
4. Моята рецензия също така ще бъде събразена с изискванията на §11, ал. 1 ППНСЗАД в ХТМУ.

2. Кратки биографични данни за кандидата

Като най-важни етапи в образованието и професионалното развитие на ас. С. Филипов бих посочила следните:

1. През 1990 г. той завършва средно образование в престижната Национална природо-математическа гимназия (София);
2. През 1997 г. същият завършва магистърска степен в СУ „Св. Климент Охридски“, специалност Химична физика и теоретична химия;
3. През периода 1999 г. - 2002 г. г-н С. Филипов работи в световно известния Университет Харвард, катедра Физика, като изследовател;
4. От 2014 г. до 2017 г. е редовен докторант в катедра Информатика на ХТМУ;
5. В момента, кандидатът за придобиване на научната степен доктор работи в ХТМУ, катедра Информатика, като асистент.

3. Основни технически данни за дисертационния труд

Основните данни са следните:

- заглавие: " Стрелково-проекционен метод за гранични задачи за обикновени диференциални уравнения от втори ред";
- автор: ас. Стефан Михайлов Филипов;
- научен ръководител: доц. д-р инж. Атанас Атанасов;
- област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;
- професионално направление: 4.6. Информатика и компютърни науки;
- научна специалност: Информатика;
- съдържание на дисертационния труд: въведение; основно изложение, състоящо се от 4 глави с общо 24 параграфа; изводи по дисертационния труд; приноси на дисертационния труд; приложения; списък на публикациите на автора по дисертацията; библиография;
- брой страници на дисертацията: 153;
- брой фигури: 44;
- брой таблици: 16;
- брой публикации на автора по дисертацията: 2;
- брой литературни източници в библиографията: 210.

4. Актуалност на проблема

Диференциалните уравнения са основен математически апарат за описание и адекватно изучаване на качествата на динамични процеси в природата и инженерната практика. Така например ще посочим, че движенията на различни видове осцилатори (известни още като махала) се описват чрез обикновени диференциални уравнения от втори ред. Отдавна е установено, че в общия случай получаването на точните решения на различни задачи за нелинейни диференциални уравнения (дори от първи ред) е невъзможно. Намирането на частни решения на някои конкретни задачи за някои специфични класове диференциални уравнения се осъществява числено (приближено). Към последния тип проблеми спада и двуточковата гранична задача за нелинейни обикновени диференциални уравнения от втори ред, на която е посветена и рецензираната дисертация. Този кръг математически проблеми можем да причислим към класическата апроксимационна теория на обикновените диференциални уравнения. Темата е „постоянно" актуална, поради което считам, че е добре подбрана съгласно предпочитанията и възможностите на докторанта.

5. Преглед на дисертационния труд и анализ на резултатите

В дисертацията е разработен специфичен вариационен метод за числено решаване на класическа гранична задача от типа на Дирихле за нелинейни диференциални уравнения от втори ред, които са разрешени относно старшата производна:

$$u''=f\left(t,u,u'\right),\ \ t\in\left[a,b\right],\quad u\left(a\right)=u_a,\ \ u\left(b\right)=u_b\,. \tag{1}$$

Граничните условия са сравнително прости, но често срещани в практиката. Същността на вариационните методи се състои в заменяне на задачата за решаване на уравнението с еквивалентна задача (или цикъл от еквивалентни задачи) за минимизиране на даден функционал. Много често минимизираният функционал е норма или полунорма в пространството на търсената функция. Много често „заменената задача" е числов дискретен аналог (модел) на посочената по-горе (непрекъсната) гранична задача.

Глава 1 има уводен характер. Авторът се е постарал да предостави на читателя пълен комплект от необходимата (дори повече от необходимата) информация, която е в основата на изследванията в следващите няколко глави.

„Буйният информационен поток“ стартира с извеждането на класическите числови аналози на производните, т.е. апроксимиращите крайни разлики. Тук неподготвеният читател може да бъде объркан, тъй като авторът в равенство (1.1-8) казва, че $u_i = u(t_i)$, а три реда по-надолу пише, че $u_i \approx u(t_i)$, $i = 1, 2, ..., N$.

Тъй като изследваните в дисертацията стрелкови методи се основават на решаването на последователност от еднотипни начални задачи, то в коментираната глава са дадени най-често срещаните числени методи:
- за решаване на начални задачи за диференциални уравнения от първи ред (разрешени относно първата производна);
- след това са показани съответните процедури за приблизително пресмятане на решенията на начални задачи за системи от две диференциални уравнения от първи ред, разрешени относно първите производни на търсените функции;
- показано е (традиционното) свеждане на класическата начална задача за диференциално уравнение от втори ред към начална задача за система от две уравнения от първи ред.

За горните три типа начални задачи са дадени формулите, които съответстват на методите на Ойлер и Рунге-Кута (с две три и четири поправки). Коментирани са грешките на методите и са представени конкретни примери, решени с MATLAB програми. Показани са грешките на числените апроксимации във възлите на избраните мрежи.

Подробно е разгледана граничната задача (1), като са приведени основни резултати за съществуване и единственост на (непрекъснатото) решение. Най-напред приблизителното решаване на задачата (1) е демонстрирано с помощта на няколко релаксационни методи: Якоби, Гаус-Зайдел, Пикард и Нютон. Авторът (професионално) е представил основните „стъпки“ в тези методи:

- дискретизация на непрекъснатата задача (чрез използване на крайни разлики за производните);
- свеждане на изходната задача до решаване на система алгебрични уравнения;
- използване на известен итеративен метод за решаване на последната система. С други думи, стартирайки от някакво приближено начално решение на системата, посочване на алгоритъм за последователно намиране на следващите „по-точни“ числени решения на същата система.

След това са посочени и квазилинеаризационни методи за решаване на основната задача (1): методи на Пикар и Нютон. Посочени са основните етапи в този клас методи, като определящ е първият етап, при който нелинейната дясна част на разглежданото уравнение от втори ред предварително се линеаризира.

В коментираната глава подробно внимание е отделено на стрелковите методи за решаване на поставената задача (1). За целта е въведена и използвана съответната начална задача:

$$u'' = f(t, u, u'), \quad t \in [a, b], \quad u(a) = u_a, \quad u'(a) = v_a, \tag{2}$$

където точката v_a се счита за реален параметър, който се променя. От параметричното множество от решения $\{u(t; v_a);\ v_a \in R\}$ на задачата (2) се търси това решение (този параметър v_a), за който е изпълнено равенството $u(b; v_a) = u_b$. Тук важна роля играе разликата $E(v_a) = u(b; v_a) - u_b$ и съответното уравнение $E(v_a)=0$ (нулата (корена) на което е търсеният параметър v_a). В общия случай, последното алгебрично уравнение е нелинейно и не може да се реши аналитично. В съответствие с числения метод за намиране на корена са конструирани различни стрелкови методи за решаване на задачата (1). При всички тези методи от $E(v_a)=0$ намираме еквивалентното уравнение

$$v_a = v_a - \frac{1}{k}E(v_a) \ (k = const \in R).$$

Тъй като в общия случай при произволен параметър v_a имаме $E(v_a)\neq 0$, то за намиране на търсения параметър се използва итерационната формула

$$v_a^{n+1} = v_a^n - \frac{1}{k}E(v_a^n). \tag{3}$$

Пример 1.9.2.1-1 предизвиква множество въпроси, от които ще посоча следните: Защо:

- избираме константата $k=2$;
- избираме началното приближение $v=1$;
- считаме, че методът на простата итерация в разглеждания пример е сходящ?

Подобни въпроси възникват и при следващите демонстративни примери в секция 1.9.2 на първа глава. В споменатия параграф са представени итеративни алгоритми на няколко метода за пресмятане на корена на уравнението $E(v_a)=0$. Считам, че не е осветлен въпросът за сходимост на редиците от приближения на търсения корен в някои от тези алгоритми. Не са дискутирани условията за единственост на корените в дадени интервали и т.н.

В секция 1.9.3 са разгледани приложения на различни варианти на стрелкови методи за приближено решаване на гранични задачи от типа на Дирихле за нелинейни диференциални уравнения от втори ред, разрешени относно старшата производна. Методите се състоят от две свързани части:

1 част: Числен метод за решаване на съответната начална задача (2) при произволно зададено приближение на началното условие за стойността на първата производна (параметъра v_a);

2 част: Итерационен метод за решаване на нелинейното уравнение $E(v_a)=0$.

Няколкото варианти на стрелкови методи (посочени в този параграф) се получават в зависимост от използваните числени методи в горните две части. Същността на всеки от разгледаните методи се състои в следното:

- избор на начална стойност на производната на търсената функция v_a^1;
- избор на числен метод за решаване на начална задача (2);
- намиране на $u(b,v_a^1)$ чрез избрания по - горе метод за решаване на началната задача и пресмятане на $E(v_a^1)=u(b;v_a^1)-u_b$;
- определяне на итерационната формула (3);
- пресмятане чрез (3) на следващото приближение v_a^2 на началната стойност на производната на търсената функция.

Отново ще обърна внимание, че не са засегнати важните въпроси за сходимост, устойчивост, брой операции, грешки в посочените методи. Предложеното от автора локализиране на дефиниционния интервал V на началната стойност v_a^1 (с други думи отделяне на корена на уравнението

$E(v_a)=0$) е много трудоемко (т.е. осъществява се с голям брой пресмятания). Освен това не е ясно, дали е изпълнена релацията:

$$\left(v_a^n \in V\right) \Rightarrow \left(v_a^{n+1} = v_a^n - \frac{1}{k}E\left(v_a^n\right) \in V\right).$$

Глава 2 е посветена на някои модификации на известни методи за числено решаване на двуточкови гранични задачи от типа на Дирихле за диференциални уравнения от втори ред.

Най-напред е разгледан нов подход за получаване на числения аналог на метода на Пикар за последователните приближения на търсеното решение. Авторът предлага в началото да се линеаризира диференциалното уравнение (в развитието на Тейлър на дясната страна на уравнението се пренебрегват всички събираеми, съдържащи нараствания на аргументите). След това втората производна да се замени със съответните крайни разлики. Дискретното решение на разглежданата задача се получава като решение на система алгебрични уравнения. Броят на уравненията съвпада с броя на възлите на мрежата. Авторът предлага системата да се реши итерационно чрез метод на простата итерация.

Във втория параграф на главата, формулираният подход се използва при извода на метода на Нютон. Тук, в развитието на Тейлър на дясната страна около точката (u,u'), (а не както е написал авторът около u) се пренебрегват всички събираеми, които съдържат нарастванията на аргументите от ред по-висок от втори.

В параграф 2.3 е представен интересен от математическа гледна точка подход за решаване на основната задача. Чрез последователна редица от решения на апроксимиращи задачи се търси решението на задача (1). Нека u_0 е начално приближение на търсеното решение (избрано или намерено по някакъв начин). Следващата задача има вида

$$u_1'' = f(t,u_0,u_0'),\ \ t\in[a,b],\quad u_1(a)=u_a,\ \ u_1(b)=u_b. \tag{4}$$

Нейното решение се намира чрез решенията u_2 и u_3 съответно на началните задачи за диференциални уравнения от втори ред:

$$u_2''=0,\ \ t\in[a,b],\ \ u_2(a)=0,\ \ u_2'(a)=1 \tag{5}$$

и

$$u_3'' = f(t,u_0,u_0'),\ \ t\in[a,b],\ \ u_3(a)=u_a,\ \ u_3'(a)=0. \tag{6}$$

Лесно се съобразява, че функцията

$$u_4(t)=u_3(t)+\frac{u_b-u_3(b)}{u_2(b)}u_2(t)$$

е числено решение на приближената задача (4), а следователно и на изходната задача (1). Като добавим наблюдението, че решението $u_2(t)=t-a$, то търсеното приближение има вида

$$u_4(t)=u_3(t)-\frac{u_3(b)-u_b}{(b-a)}(t-a).$$

Последната формула може да се трансформира като итерационна процедура за търсене на решението на (1). Представеният метод по същество е стрелкови метод.

В следващия параграф, посоченият по-горе подход се прилага и когато, приближената задача (4) се замени с „по-доброто“ приближение на задачата (1), а именно:

$$u_1''-\frac{\partial f\left(t,u_0,u_0'\right)}{\partial u_0'}u_1'-\frac{\partial f\left(t,u_0,u_0'\right)}{\partial u_0}u_1=f\left(t,u_0,u_0'\right)-\frac{\partial f\left(t,u_0,u_0'\right)}{\partial u_0'}u_0'-\frac{\partial f\left(t,u_0,u_0'\right)}{\partial u_0}u_0,$$

$$t\in\left[a,b\right],\quad u_1\left(a\right)=u_a,\ \ u_1\left(b\right)=u_b.$$

Глава 3 има самостоятелен характер. Обект на изследване е „лека модификация“ на класическата задача на вариационното смятане, а именно: Намиране на оптимална функция u_{opt}, принадлежаща на зададено пространство от функции D, $u_{opt}\in D$, която минимизира даден функционал F. Пространството D се дефинира чрез предварително зададени условия (най-често равенства), които собствените му функции удовлетворяват. С други думи, задачата може да се формулира накратко така: Търси се функция $u_{opt}\in D$, такава че

$$F\left(u_{opt}\right)=\min\left\{F\left(u\right),\,u\in D\right\}. \tag{7}$$

Тук, модификацията откриваме в следните две направления:

1. Дефиниране на функционала F с помощта на предварително зададена фиксирана функция $u_0\in D$;
2. Функционалът съвпада с полунорма (в случая L_2 норма на първата производна на разликата между функцията от разглежданото пространство от функции D и u_0), т.е. в непрекъснатия случай имаме

$$F\left(u\right)=\int\limits_{[a,b]}\left(u'\left(t\right)-u_0'\left(t\right)\right)^2dt. \tag{8}$$

Авторът нарича оптималната функция u_{opt} „най-подобна“ на u_0 - доста нетрадиционно. Основните трудности произтичат от факта, че функционалът F е полунорма. Това означава, че е възможно $F\left(u\right)=0$ при $u\neq 0$. Следователно, задача (7) може да няма решение или (най-често) да няма единствено решение. Във връзка с това ще отбележа, че Дефиниция 3.1-1 (за ограничено функционално подобие) не е пълна. Например: не е изяснено какви качества трябва да притежават функциите u, които са подобни една на друга. Неявно е ясно че функциите, които са подобни, би трябвало да са диференцируеми в даден интервал (авторът разглежда затворения интервал $\left[a,b\right]$). Читателят се досеща, че производните на тези функции трябва да са интегруеми в споменатия интервал. Това означава, че в общия случай е допустимо производните на въпросните функции да са прекъснати функции (дори с изброимо много точки на прекъсване). Не е изяснено (като се има предвид целите на дисертационния труд) дали подобните функции трябва да притежават непрекъснати производни?

Във втория параграф на главата се изучава подобие на две мрежови функции (дефинирани върху равномерна мрежа на интервала $\left[a,b\right]$). В този случай подобието се дефинира чрез минимизиране на дискретизирана полунорма на разликата на тези функции. Минимизирането се извършва при спазване на дадените ограничения. Тук авторът (според мен излишно) е разгледал ограничения, представляващи система от произволен брой линейни уравнения, в които участват стойностите върху мрежата на дискретната функция. Логично е да се преследва основната цел на основните изследвания в дисертацията. Във връзка с това ограниченията би трябвало да се сведат до две равенства на стойностите на търсената функция, пресметнати върху краищата на интервала $[a,b]$, съвпадащи с двуточковите гранични условия на Дирихле. За да се намери минимума на дискретизираната полунорма, при зададени линейни ограничения, се прилага метода на Лагранж на неопределените множители. Както е известно задачата за условен екстремум на функция на няколко променливи (в случая, променливите съвпадат със стойностите на функцията $u=(u_1,u_2,...,u_N)$ върху равномерната мрежа на интервала $[a,b]$) се свежда до задача за безусловен екстремум. Сериозните трудности се явяват при намиране на решението на съответната алгебрична система, получена при анулиране на частните производни на функцията на Лагранж. Както казах по-горе, това се дължи на факта, че глобалният минимум на полунормата (функционалът F) не е строг. Действително, като имаме предвид генезиса на дискретната полунорма - дефиниционното равенство (8), се убеждаваме, че стойността на функционала F не се променя, ако заменим функцията u с $u+const$.

Глава 4 е основна в дисертацията. Представен е стрелкови метод, наречен стрелково-проекционен, за решаване на двуточкови гранични задачи за обикновени диференциални уравнения от втори ред. Важна роля е отредена на така наречената H^1 проекция на решението на началната задача (2). В съответната дефиниция в секция 4.1.1 (подобна на Дефиниция 3.1-1) отново не са уточнени аналитичните качества на проекцията. Бих предложил следното дефиниционно равенство за H^1 проекцията: Нека:

- $D=\left\{u \in C^2\left([a,\mathrm{b}],\mathbb{R}\right);\ u(a)=u_a,\ u(b)=u_b\right\}$;
- u_0 е решение на (2) при зададена стойност на v_a;
- $(\forall u \in D) \Rightarrow F(u)=\int\limits_{[a,b]}\left(u'(t)-u_0'(t)\right)^2 dt$;
- $u_1 \in D,\ F(u_1)=\min\left\{F(u),\ u \in D\right\}$.

Тогава $u_1=P(u_0)$ се нарича H^1 проекция на u_0.

Показани са основните свойства на проекцията: запазване на първата производна $\left(u_0'(t)=u_1'(t),\ t\in(a,b)\right)$ и проекционното равенство $P(u_0)=P^2(u_0)$.

Представена е процедурата на стрелково-проекционния метод за решаване на граничната задача (1) (основен резултат в дисертацията).

На идейно ниво имаме:

1. Избира се произволна стойност на първата производна на търсеното решение v_a в левия край a на дефиниционния интервал на решението;
2. Намира се решението u_0 на началната задача (2);
3. Намира се функцията u_1, която е H^1 проекция на u_0, т.е. $u_1=P(u_0)$;
4. Намира се $v_a=u_1'(a)$ и отново се решава началната задача (2), т.е. връщаме се в точка 2 и т.н.

В следващите секции е направен анализ на представения стрелкови-проекционен метод като е сравнен със съществуващите стрелкови методи.

Изтъкнати са предимства на разгледания от автора метод, които за съжаление нямат доказателствен характер.

Накрая на тази точка от рецензията ще отбележа, че в цялата дисертация, формулировките на ограниченията (условията), теоремите, описанието на примерите и др. са точни и ясно изразени. Доказателствата (макар и недостатъчно на брой) са прецизни и не предизвикват съмнение. Езикът на изложението е точен и не допуска двусмислия (безсмислия) и свободно тълкуване. Личи си, че върху дисертацията е работено задълбочено и прецизно, което безспорно означава и уважение към евентуалните читатели.

6. Оценка на съответствието между автореферата и дисертационния труд

Авторефератът напълно отговаря на изискванията на чл. 11 ал. 5 от ППНСЗАД в ХТМУ. В него са посочени:

- основни цели и задачи на дисертационния труд;
- използваните методи (създадени на основата на класическите методи на математическия анализ, функционалния анализ и (разбира се) в частност на обикновените диференциални уравнения;
- основните дефиниции и нови понятия;
- основните твърдения;
- основни алгоритми;
- основните моделни числени примери;
- основни изводи на дисертационния труд;
- авторски публикации по темата на дисертацията;

Ще отбележа, че изводите отразяват коректно постигнатото от дисертанта в предложения за рецензиране дисертационен труд.

Формално, авторефератът е изготвен съгласно изискванията на правилника на ХТМУ. Материалът е изложен така, че читателят може да добие пълна и адекватна представа за резултатите в дисертацията.

7. Характеристика и оценка на научните приноси в дисертационния труд

Считам, че получените резултати в последните две глави на дисертацията са нови, интересни и времето ще покаже до каква степен те ще окажат влияние върху бъдещата изследователска работа на дисертанта, както и на други изследователи в това или сходни направления.

Ще изредя накратко получените важни резултати на автора:

- Дадена е дефиниция на понятието ограничено подобие на реална функция на един аргумент;
- Подробно е разгледан случаят на ограничено подобие при следните три допускания (които често се среща в практиката), а именно: 1) изходната (известна) функция u е зададена таблично в краен брой възли; 2) подобните функции u^* са зададени в същите възли и ограниченията, които удовлетворяват са линейни; 3) целевата функция, която определя „близостта“ между изходната и подобната функции, има вида
$$I = \sum_{i=1,N-1} \left(\left(u_{i+1} - u_i \right) - \left(u_{i+1}^* - u_i^* \right) \right)^2 .$$
В този случай е разработен алгоритъм за намиране на оптималната подобна функция, т.е. тази която минимизира I;
- Дефинирано е понятието H^1- проекция на решението на начална задача за диференциално уравнение от втори ред. Посочени са характеристични свойства на проекцията;

- Намерена е итерационна схема за „подобряване“ на началното условие, което по същество представлява итерационен метод за решаване на изходната гранична задача;
- Направен е (непълен) анализ на предимствата на получения метод.

Изследванията допълват знанията в областта на приближените методи за намиране на решенията на гранични задачи за обикновени диференциални уравнения от втори ред.

Важна особеност на разгледаните методи в дисертацията е тяхното програмно обезпечение, а също така и многобройните илюстриращи примери, които освен авторът никой друг не може да проследи детайлно.

8. Мнение за публикациите на дисертанта по темата на дисертационния труд

Върху дисертационния труд са публикувани две научни статии.

Първата от тях е публикувана през 2016 г. в списанието *Journal of Science, Engineering, & Education*, издавано от ХТМУ. Резултатите в нея съвпадат с основните достижения на глава 3 на дисертацията. Втората статия

Filipov, S., Gospodinov, I., Faragó, I., Shooting-projection method for two-point boundary value problems, Applied Mathematics Letters, Vol. 72, (2017), 10-15

е публикувана от престижното издателство Elsevier. Импакт факторът на това списание за периода на публикуване на статията е 2,233. Ще отбележа, че съществена част от разработеният в глава 4 на дисертацията числен метод за решаване на двуточкова гранична задача за диференциално уравнение от втори ред, наречен от автора стрелково-проекционен метод, е публикувана в цитираната по-горе публикация.

Всяка от двете публикации, на които се базира дисертацията, е в съавторство с още двама изследователи. Нямам съмнения, че участието на докторанта в изследователската работа по тези публикации е еквивалентно на съавторите.

Не са ми известни цитирания на горните публикации. Трябва да отбележим, че все още е рано за това.

Съгласно чл. 11 ал 4 от ППНСЗАД в ХТМУ броят на публикациите на ас. Стефан Филипов, представени за придобиване на образователната и научна степен доктор, удовлетворяват минималните изисквания.

9. Критични бележки и коментари

Нямам съществени критични бележки и коментари, освен:

1. Посочените в предходния текст;
2. Неизбежните синтактични и правописни грешки, забелязани в текста на дисертацията, се преодоляват без усилие. Някои неудачни термини, като „по-подобна“ или „най-подобна“ и др. имат ободрителен ефект върху читателя. Считам, че този тип бележки не трябва да бъдат предмет на дискусия;
3. Според мен, дисертацията е прекалено „подробна“. „Съвестният читател“ трябва сериозно да се потруди за да „отсее“ съществено новите резултати (които не липсват, но се губят в множеството от разнообразни факти, представени в работата). На места дисертацията наподобява учебник или справочник за студенти. Минималният обем на една дисертация не е дефиниран и следователно обемът не е задължително условие за престижност;
4. Пак според мен, огромният брой примери, фигури, таблици и др., илюстриращи методите, разглеждани в рецензирания труд, също „скриват“

важните изводи. В тази връзка считам, че програмните продукти, изработени от С. Филипов и приложени в дисертацията, са отнели много от ценното изследователското „време“.

Накрая на тази точка, бих обърнал внимание на докторанта върху следната важна и интересна теоретична задача. Много съвременни приближени алгоритми са съчетание на повече от един числен метод. Така е и при основната гранична задача, изследвана в дисертацията. Ясно е, че грешката на алгоритъма съвпада (или е по-голяма) от грешката на най-неточния числен метод. Поради тази причина е важно грешките на участващите методи да се „съчетаят“. Не е нужно някой от методите да се прилага прецизно (това увеличава безсмислено пресмятанията), а друг от тези методи (участник в алгоритъма) да се прилага сравнително „по-свободно“.

10. Лични впечатления за дисертанта

Познавам колегата С. Филипов отскоро – във връзка с вътрешната защита на неговия дисертационен труд. Останах с приятното впечатление, че той познава дълбоко теорията и практиката, в която са разположени неговите научни изследвания. Усетих, че без съществени усилия се ориентира в материята и има потенциал за бъдеща научна работа в областта. Подозирам също така, че научната работа доставя удоволствие на кандидата за образователната и научна степен „доктор“, което е залог за бъдещи успехи.

11. Заключение

Получените резултати в дисертационния труд ми дават основание да направя следните изводи:

1. Дисертационният труд съдържа теоретични резултати, които са новост в числените методи, отнасящи се за намиране на решения на гранични задачи за някои широки класове диференциалните уравнения. Те са оригинален принос на дисертанта и представляват научен интерес;
2. Дисертационният труд съдържа приложни математически програмни продукти на MATLAB, чрез които се решават разглежданите гранични примерни задачи. Чрез пресмятане на конкретни задачи се илюстрира важността и приложимостта на получените в дисертацията теоретични изводи. Голяма част от резултатите са представени таблично и графично;
3. Достиженията в дисертационния труд отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и ППНСЗАД в ХТМУ за придобиване на научната степен „доктор“.

Поради посочените по-горе факти оценявам **положително** изследванията в дисертацията.

Предлагам на научното жури да присъди образователната и научна степен „доктор“ на ас. Стефан Михайлов Филипов в:
област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;
професионално направление: 4.6 Информатика и компютърни науки;
научна специалност: Информатика.

22. 01. 2018 г.

Рецензент:...............................
/проф. А. Дишлиев/