

РЕЦЕНЗИЯ

от д-мн Гани Трендафилов Стамов – професор в Технически университет - София на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен „доктор“ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; докторска програма Диференциални уравнения

Автор на дисертационния труд: Валентина Илиева Радева, гл. ас. в катедра Математика на ХТМУ – София;

Тема на дисертационния труд: “Орбитална Хаусдорфова зависимост и устойчивост на диференциални уравнения с променливи структура и импулси”;

Научни ръководители: проф. д-р Ангел Дишлиев – ХТМУ - София и доц. д-р Катя Дишлиева – ТУ – София

1. Общо описание на представените материали

Със Заповед № Р-ОХ-515 от 24. 10. 2014 г. на ректора на ХТМУ съм определен за член на научно жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема “Орбитална Хаусдорфова зависимост и устойчивост на диференциални уравнения с променливи структура и импулси“ за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; докторска програма Диференциални уравнения. Автор на дисертационния труд е гл. ас. Валентина Илиева Радева –бивша докторантка на самостоятелна подготовка към катедра Математика на ХТМУ. Научни ръководители са проф. д-р Ангел Борисов Дишлиев и доц д-р Катя Георгиева Дишлиева.

Представеният от гл. ас. В. Радева комплект материали на хартиен носител е в съответствие с чл. 14 (1) от Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности (ППНСЗД) в ХТМУ. Комплектът включва:

1. заявление до ректора на ХТМУ за разкриване на процедура за защита на дисертационен труд (по образец);
2. автобиография;
3. диплома за висше образование – нотариално заверено копие;
4. заповед за зачисляване;
5. изпитни протоколи – копия 2 броя;
6. заповед за отчисляване;
7. списък на научните публикации по дисертацията;
8. дисертация;
9. автореферат;
10. публикации – копия 2 броя.

Всички документи са подготвени и представени акуратно.

2. Кратки биографични данни за дисертантката

Валентина Радева завършва специалност Математика на Шуменския университет „Еп. Константин Преславски“ през 1986 г. Следдипломната и квалификация включва: Учител по информатика в Софийски университет „Св. Климент Охридски“ през 2005 г. и Методика на обучението по математика в Шуменски университет „Еп. Константин

Преславски“ през 1993 г. От 01. 09 1989 г. до 01. 09. 2003 г. работи във ВВУАПВО – Шумен, като последните две години заема академичната длъжност гл. асистент. След това е учител в София и гл. експерт в Агенция за следприватизационен контрол. От 2005 г. до сега е гл. асистент в ХТМУ – София. Научните й интереси са в областта на качествената теория на диференциалните уравнения, кодиране на информацията и методика на обучението по математика.

3. Актуалност на тематиката и поставените цели

Математическата теория на диференциалните уравнения, притежаващи решения, които в определени моменти се изменят скокообразно, се развива в няколко направления. Направлението, в което авторката разработва дисертацията, води началото си от основополагащите статии на В. Мильман и А. Мышкис (представени в библиографията на дисертацията) от началото на 60-те години на миналия век:

1. Мильман В., Мышкис А., *Об устойчивости движения при наличии толчков*, Сиб. Математический журнал, (1960), Том 1, № 2, 233-237.
2. Мильман В., Мышкис А., *Случайные толчки в линейных динамических системах, Приближенные методы решения дифференциальных уравнений*, Киев, Изд-во АН УССР, (1963), 64-81.

Непосредствено след публикуването на техните изследвания, тази математическа теория се развива от редица украински и руски математици. Широкото приложение на тези уравнения, както и нуждата от разработване на нови методи за тяхното качествено изследване, доведе в началото на 80-те години до създаване на няколко нови математически школи, продължаващи изследванията върху качествената теория на импулсните диференциални уравнения. Към една от тези школи, основател на която е проф. Друми Байнов, можем да причислим научните ръководители на Валентина Радева. До сега са публикувани общо 11 монографии на български учени, посветени на теорията на импулсните диференциални уравнения. По начина на определяне на импулсните моменти (моментите, в които решението е прекъснато) тези уравнения се делят на няколко типа. В дисертацията е разгледан сравнително сложен вариант на определяне на импулсните моменти. Те съвпадат с моментите, в които траекторията анулира така наречените превключващи функции, дефинирани във фазовото пространство. Ще отбележа, че тъкмо тези превключващи функции съвместно с импулсните въздействия са основен инструмент за управление на динамични процеси, при които се наблюдава или е допустимо рязко изменение на тяхното състояние. Частен случай на разглежданите в дисертацията математически обекти са „уравненията с бариерни криви“. Действително, ако фазовото пространство принадлежи на R , то бариерните криви $\varphi_1, \varphi_2 \in C[[t_0, \infty), R]$, $\varphi_1(t) < \varphi_2(t)$ при $t \in [t_0, \infty)$, t_0 е началният момент, определят напълно разширеното фазово пространство: $D = \{(t, x) : \varphi_1(t) \leq x \leq \varphi_2(t), t \geq t_0\}$. В този случай, бариерните криви играят ролята на превключващи функции. При достиг

В дисертационния труд допълнително се предполага, че в импулсните моменти (наречени в дисертацията превключващи моменти) се сменя и дясната страна на уравнението. Това практически означава, че освен „скокообразно“ отместване на фазата на изучавания процес „мигновено“ се променя и неговата скорост.

Характерна и отличаваща особеност на разглежданите задачи в дискутираната дисертация е използваната мярка за отклонение между съответните решения на "сравнително близки" начални задачи. Разликата (или погледнато от друга страна - близостта) между тези задачи е в няколко аспекта (конкретно - параметри на задачите). Впечатляват качествените изследвания на решенията на импулсни задачи при наличие на пертурбации в големините на импулсните въздействия, а също така и при смущения в разликите между последователните превключващи моменти. Тези различия са специфични за импулсните уравнения и нямат аналози в случаите на уравнения без импулсни въздействия.

В дисертационния труд удачно и напълно естествено се използва Хаусдорфово разстояние между съответните траектории на изходната и смутената задача. За целта предварително са доказани редица фундаментални резултати (които имат и самостоятелен интерес). Тези помощни твърдения се отнасят за Хаусдорфовото разстояние между прекъснати криви (каквито са траекториите на импулсните диференциални уравнения).

Изследванията в дисертацията се отнасят за различни видове Хаусдорфова непрекъсната зависимост и устойчивост на решенията на диференциални уравнения с променливи структура и импулси. Получените теоретични резултати се прилагат върху известни математически модели. Като примери ще посоча:

- импулсен математически модел от фармакокинетиката, описващ динамиката на лекарствената концентрация в кръвта на пациент;
- импулсен математически модел на Лотка-Волтера от популационната динамика.

Изрично ще подчертая, че в няколко случая проведените изследвания върху качествата на моделите са възможни само благодарение на предходните теоретични резултати, установени в дисертационния труд.

Определено считам, че темата на дисертационния труд е модерна и има сериозни основания да бъде внимателно изучавана.

4.Познаване на проблема

Считам, че гл. ас. Валентина Радева познава добре съвременното състояние, степента на развитие, нерешените проблеми, специфичните трудности и други подобни проблеми, които възникват при изучаване на уравнения с променливи структура и импулси. Лесно се установява, че тя е усвоила терминологията и идеите от единствената досега монография, в която са проведени изследвания по темата на дисертацията и на която автори са нейните научни ръководители:

Dishliev A., Dishlieva K., Nenov S., Specific asymptotic properties of the solutions of impulsive differential equations. Methods and applications, Academic Publications, Ltd. (2011).

Видно е, че тя познава литературата и постигнатите резултати от други автори, посветени на изследваните обекти в дисертационния труд.

5. Методи на изследване

Методите на математическия анализ са основни при качествените изследвания на решенията на диференциални уравнения. Естествено е да се очаква, че с тяхна помощ може

да се постигнат формулираните цели и решат конкретните задачи в дисертационния труд. Точно тези методи са използвани в изследванията на дисертантката.

В началото на разглежданията в дисертацията са припомнени няколко основни понятия и твърдения, свързани с Хаусдорфовото разстояние между множества и в частност между параметрично зададени криви. Намерени са подходящи неравенства, които имат съществена роля в изследване на Хаусдорфовото разстояние между траекториите на импулсни диференциални уравнения. Прави впечатление следното твърдение, което може да се разглежда като основен метод (подход) при установяване на непрекъсната зависимост и устойчивост на решенията на класа диференциални уравнения, които се изучават в рецензирания труд. Нека разгледаме две криви γ' и γ'' , принадлежащи на едно и също пространство. Нека кривите са частично непрекъснати и се състоят от равен брой непрекъснати части: $\gamma' = \gamma'_1 \cup \gamma'_2 \dots \cup \gamma'_m$ и $\gamma'' = \gamma''_1 \cup \gamma''_2 \dots \cup \gamma''_m$, където кривите γ'_i, γ''_i , $i = 1, 2, \dots, m$, са непрекъснати. Тогава

$$\rho_H(\gamma', \gamma'') \leq \max \{ \rho_H(\gamma'_1, \gamma''_1), \rho_H(\gamma'_2, \gamma''_2), \dots, \rho_H(\gamma'_m, \gamma''_m) \},$$

където с $\rho_H(\dots)$ е означено Хаусдорфовото разстояние между съответните множества в обхващащото пространство. Горната оценка е изключително полезна в изследванията на авторката, тъй като (да припомним) траекториите на изучавания клас уравнения са тъкмо частично непрекъснати криви.

Избраният подход е оригинален и директно води до адекватни отговори на поставените задачи.

6. Характеристика и оценка на дисертационния труд.

Текстът на дисертационния труд е представен на 162 стандартни страници (формат А4). Материалът е разпределен в увод и четири глави. Библиографията е съставена от 287 заглавия на научни трудове. От тях 65 са написани на кирилица (на български и руски език), а останалите са на английски език. В заключението са посочени най-важните приноси в изследването. Представена е декларация за оригиналност на резултатите, която напълно отговаря на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България. Даден е списък на публикациите на дисертантката (общо 2 броя) по темата на рецензираното изследване. Главите на дисертационния труд са разделени тематично по на няколко параграфа. Общият брой на параграфите (изключвам увода) е 11.

Трудът е оформен грижливо и внимателно. Ясно е подчертан произходът и авторите на описаните резултати. Този факт дава възможност точно да се преценят заслугите на дисертантката. Материалът е представен в логична последователност, което допълнително облекчава четенето, запознаването и вникването в идеите на дисертационния труд. Формалният запис на дефинициите, теоремите, доказателствата и т.н. е професионален.

При изучаването на уравненията с променливи структура и импулси се забелязват редица нетрадиционни и труднопреодолими свойства на решенията им. Тук ще отбележа най-важните от тях:

1. Прекъснатост на решенията: Точките на прекъсване са от първи род и съвпадат с точките на превключване;
2. Възможност за съществуване на „кондензация“ на превключващите моменти: При наличие на този ефект, превключващите моменти притежават крайна граница. Освен това е ясно, че в този случай решенията не са продължими надясно от съответната им

гранична точка (съвпадаща с точката на кондензация). Решението „загива“, т.е. не е продължимо надясно от точката на кондензация. Следователно изучаването на асимптотичните му свойства е несъстоятелно;

3. Сливане на решения: Сливанията се осъществяват след импулсни въздействия;
4. Промяна на превключващите моменти при смущаване на някои елементи (параметри) на системата: В общия случай решенията на основната задача и на съответната смутена задача имат различни превключващи моменти. Този факт означава, че съответните им импулсни въздействия са различни, което от своя страна води до затруднения в оценка на разликата (в какъвто и да е смисъл) между двете решения;

Все пак ще отбележа, че въпросът за продължение на решенията е основен и на него дисертантката е отделила подобаващо място преди основните изследвания на всеки различен тип диференциални уравнения с променливи структура и импулси.

Най-важните резултати в дисертацията са изложени в последните три глави.

В първата от тях се изучава импулсна система диференциални уравнения с фиксирани структура и импулсни моменти. Освен това се предполага, че разликата между всеки два съседни импулсни момента е една и съща положителна константа. Предполага се, че смущенията в системата се отнасят именно за тези фиксирани импулсни моменти. С други думи смутената система се различава от изходната само по импулсните моменти. Ще обърнем внимание, че тези разлики автоматично оказват влияние и върху съответните импулсни въздействия, тъй като те (импулсните въздействия) зависят от стойността на решението в съответния импулсен момент. Въведено е понятието орбитална Хаусдорфова зависимост относно началната точка и разликата между импулсните моменти. Условиата, при които се установява наличието на такъв тип зависимост, са тривиални и елементарно проверими. Ако направим по-дълбок анализ се вижда, че разликата между класическата непрекъсната зависимост (за уравнения без импулсни въздействия) от началното условие от една страна и въведената от В. Радева зависимост от друга страна е в следните две направления:

- Мярката между двете решения (основното и смутеното) в класическия случай се дава с помощта на равномерното разстояние, докато в дисертацията е с помощта на Хаусдорфовото разстояние между тях;
- Смущенията в класическия случай се извършват еднократно (в началния момент), докато тук смущенията са многократни в продължение на времеви интервал на изследване на решението.

В последните две глави се изследва основният обект в тази дисертация: нелинейни неавтономни системи диференциални уравнения с променливи структура и импулси. Както казах по-горе, моментите на смяна структурата и осъществяване на импулсни въздействия съвпадат и се наричат превключващи моменти. Освен това, в тези моменти решението на разглежданата начална задача анулира съответната превключваща функция. Ясно е, че различните решения анулират тези функции в различни моменти, т.е. превключващите моменти са специфични за всяко отделно решение. Превключващите функции в трета глава са изобщо нелинейни диференцируеми функции, дефинирани във фазовото пространство, докато в последната глава те са линейни функции. Въведени са понятията орбитална Хаусдорфова зависимост на решенията относно началното условие и импулсните въздействия (глава 3) и орбитална Хаусдорфова устойчивост относно началното условие (глава 4). Намерени са достатъчни условия, при които решенията притежават описаните

качества. При второто качество е разбираемо, че наложените ограничения са значително по-силни. Допълнителните ограничения можем да групираме както следва:

- линейността на превключващите функции;
- комплектът от десни страни на системата, превключващите функции и импулсните функции да е ограничен;
- всяка една от съставлящите системи без импулси, т.е. всяка една от системите с дясна страна, принадлежаща на множеството от десни страни на разглежданата система с променлива структура е орбитално гравитираща. Последният термин е въведен от научните ръководители на докторантката в предходни техни изследвания.

Тези допълнителни изисквания се дължат на факта, че при устойчивостта броят на импулсните смущения (в общия случай) е неограничен. Това обстоятелство означава, че смущенията в апроксимиращото решение са неограничен брой, разположени неограничено във времето.

Накрая на тази точка ще подчертая, че доказателствата на твърденията са пълни, последователни и без излишества. Доказателствата на всеки от основните резултати са поместени на повече от десетина страници. В тези случаи авторката В. Радева е разбила уместно изложенията на доказателствата на няколко обособени части, което облекчава читателя. Освен това, по този начин:

- в хода на проследяване на логическите заключения, читателят „не забравя“ какво цели доказателството;
- дава се възможност за вникване в подробностите, а също така и възприемане в дълбочина на дискутираните твърдения.

Не се съмнявам в тяхната достоверност. Условиата са ясно формулирани и лесно проверяеми. Изнесени са извън формулировката на твърденията, което дава възможност да се ползват в няколко теореми без излишно да се повтарят. Условиата са с локален характер - имат валидност само за главата, в която са формулирани. Фигурите са общо 14 на брой и в значителна степен подобряват геометричните представи на читателя, което е безспорна заслуга на дисертантката. Достатъчният брой примери илюстрира няколко факта:

- приложимост на резултатите;
- проверяемост на условията;
- достоверност на резултатите;
- валидност на резултатите (при определени специфични условия) за често срещани и сравнително прости уравнения и др.

7. Приноси и значимост на изследванията за науката и практиката

Голяма част от приносите бяха посочени в предходните части на рецензията. Постиженията имат предимно теоретичен характер с възможности за приложения в практиката. Те се отнасят до:

1. Намерени са специфични неравенства и оценки, свързани с Хаусдорфовата метрика в Евклидови пространства;
2. Въвеждат се и се изучават няколко типа специфични свойства, като непрекъснатата зависимост и устойчивост относно параметри характерни за разглеждания клас уравнения. По-конкретно, изучени са следните асимптотични свойства:
 - орбитална Хаусдорфова зависимост относно началните условия;
 - орбитална Хаусдорфова зависимост относно разликата между последователни импулсни моменти;

- орбитална Хаусдорфова зависисмост относно импулсните функции;
- орбитална Хаусдорфова устойчивост.

Още веднъж ще отбележа, че резултатите са приложени към обобщени импулсни математически модели, описващи динамични модели от различни области на естествените науки.

Резултатите от дисертацията може да бъдат продължени в няколко направления:

- Въвеждане на нови видове непрекъсната зависимост и устойчивост и намиране на условия за тяхното съществуване. Предполагам, че тези нови асимптотични качества на решенията са относно:
 1. Специфични параметри на диференциалните уравнения с променливи структура и импулси (превключващи функции, импулсни функции, импулсни моменти и др.);
 2. Хаусдорфовата метрика в съответните фазови пространства,
- Получените досега (включително и от други автори) устойчивости да се преформулират и докажат в термините на Хаусдорфовата метрика,
- Да се създадат нови обобщени импулсни модели на известни процеси от приложните науки и практиката. Да се установят конкретни условия за съществуване на описаните по-горе качества на техните решения.

Следователно моята преценка е, че резултатите ще окажат благотворно влияние върху изследванията както на дисертантката, така и на други изследователи.

8. Преценка на публикациите по дисертационния труд

Научните публикации по темата на дисертацията са 2 на брой и представляват научни статии, публикувани в международни математически списания. Лесно може да се установи, че е невъзможно тези статии да са използвани в други процедури за придобиване на научни степени или заемане на академични длъжности. Научните резултати от споменатите публикации и техните доказателства представляват съществена част от дисертацията. Конкретно:

1. Резултатите от параграф 1.5 на дисертацията съвпадат със статията:
Dishlieva K., Dishliev A., Nenov S., Radeva V., Hausdorff metrics and parametric curves, International Electronic J. of Pure and Applied Mathematics, (2014), Vol. 8, № 2, 53-65;
2. Резултатите от параграф 2.1 са публикувани в статията:
Dishlieva K., Dishliev A., Radeva V., Orbital Hausdorff dependence on impulsive differential equations, International J of Differential Equations and Applications, (2014), Vol. 13, № 3, 145-163.

Поради споменатите съвпадения, анализ и оценка на публикуваните изследвания няма да бъдат представени в рецензията.

Останалите резултати (без параграфите 1.5 и 2.1) са или нови (включително и в идеен аспект) или са продължения на изследвания на нейните научни ръководители. Прочее, двете публикации са в съавторство с тях. Работите са публикувани в рамките на настоящата година. Считаю, че това е основната причина да не е забелязано тяхно цитиране досега.

9. Лично участие на дисертантката в изследванията

Не разполагам с документ, който да оказва някакво дялово участие на авторите в публикуваните резултати. Не се съмнявам в същественото участие на Валентина Радева в рецензираните изследвания. Тази моя убеденост се основава на няколко разговора с

нейните научни ръководители, а също така и на проведените разисквания с дисертантката по темата на дисертацията.

10. Автореферат

Авторефератът заедно с библиографията е поместен на 43 стандартни страници. Съдържа всички основни резултати в дисертацията и отразява напълно нейните приноси. Отчетливо са формулирани поставените цели и конкретните задачи, чрез които се реализират идеите в дисертационния труд. Основните понятия и твърдения от дисертацията са представени съответно под формата на дефиниции и теореми (без доказателства). Предложените примери илюстрират получените твърдения и дават възможност за дообмисляне на идеите. Авторефератът е изготвен съгласно изискванията на ППНСЗАД в ХТМУ. Допълнително бих изразил моето лично мнение, че е подготвен във форма, която позволява на читателя, който не е запознат с дисертацията, да придобие пълна представа за постигнатото в нея.

Авторската справка (заклЮчението) точно резюмира основните приноси.

11. Критични бележки

Нямам съществени критични бележки, които да са извън моите лични „вкусове“ и „предпочитания“. Считам, че този тип бележки (лични предпочитания) не трябва да са предмет на обсъждане и дискусия. Позволявам си да изразя единствено мнението си, че дисертацията надхвърля общоприетия обем за такъв тип научни трудове по математика.

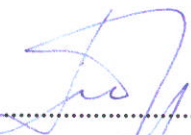
12. Заключение

Дисертационният труд съдържа научни и научно-приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката и отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ХТМУ.

Дисертационният труд показва, че дисертантката Валентина Илиева Радева притежава задълбочени теоретични знания и професионални умения по научна специалност Диференциални уравнения, като демонстрира качества и умения за самостоятелно провеждане на научни изследвания.

Поради гореизложеното, убедено давам своята положителна оценка за проведеното изследване, представено в рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат и научни публикации. Предлагам на научното жури да присъди образователната и научна степен „доктор“ на Валентина Илиева Радева в: област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; докторска програма Диференциални уравнения.

20. 11. 2014 г.

Рецензент: 
/проф. дмн Гани Стамов/