

## РЕЦЕНЗИЯ

от проф. дмн **Виржиния Кирякова**,  
Институт по математика и информатика – БАН

**върху дисертационния труд** “Орбитална Хаусдорфова зависимост и устойчивост на диференциални уравнения с променливи структура и импулси” и документите

**на гл. ас. Валентина Радева**

с научни ръководители: проф. д-р Ангел Дишлиев и доц. д-р Катя Дишлиева,  
представени за **присъждане на образователната и научна степен „доктор”**  
по професионално направление 4.5 „Математика”,  
докторска програма „Диференциални уравнения” в ХТМУ - София

Член съм на научното жури по тази процедура, назначено със Заповед на Ректора на ХТМУ № Р-ОХ-515 /24.10.2014 г. и на неговото първо заседание бях избрана за рецензент.

Комплектът материали по процедурата за придобиване на образователната и научна степен „доктор“, представен от гл. ас. В. Радева, е пълен и отговаря на изискванията на Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности (ППНСЗАД) в ХТМУ. Приемам представените материали за рецензиране.

Ще отбележа, че ДФМТН на ХТМУ има акредитация от НАОА за обучение в о.н.с. „д-р” по тази научна специалност – програма „Диференциални уравнения”, авторката на труда е отчислена с право на защита, и от приложените документи е видно, че са изпълнени всички изисквания на Гл. 2 от ЗРАСРБ и на Раздел II от ППНСЗАД в ХТМУ.

По-нататък ще се придържам към указанията за оформяне на рецензиите, които са дадени в ППНСЗАД в ХТМУ.

### **1. Кратки биографични данни и характеристика на научните интереси на докторантката**

Висшето си образование Валентина Радева завършва през 1987 година в Шуменски университет „Еп. Константин Преславски“, специалност Математика.

Трудовата кариера на дисертантката е разнообразна:

- Учител по математика – СОУ в град Смядово и СГАЦГ в София;
- Програмист – ВВУАПВО в град Шумен;
- Експерт – Агенция за следприватизационен контрол;
- Асистент - Шуменски университет „Еп. Константин Преславски“ и ХТМУ- София.

Понастоящем, от 30.05.2005 г., В. Радева заема **академичната длъжност „гл. асистент“ в катедра Математика - ДФМТН на ХТМУ**. Водила е занаятия със студенти от всички специалности в ХТМУ по дисциплините Математика 1 и Математика 2 (упражнения), Числени методи (лекции и упражнения).

Гл. ас. В. Радева е зачислена като **докторант на самостоятелна подготовка** със заповед на Заместник-ректора на ХТМУ: Р-ОХ-308 / 27.05.2014 г. по научната специалност 4.5. Математика (Диференциални уравнения) и е отчислена с право на защита със заповед на Ректора на ХТМУ: Р-ОХ-449 / 03. 10.2014 г. През този период тя успешно е издържала изпитите по научната специалност и по английски език. Изпълнила е напълно своя индивидуален план на обучение.

Професионалните интереси на гл.ас. Радева може да се обобщят в следните три области: Диференциални уравнения; Кодирание на информацията и Методика на обучението по математика. Тя е автор на общо 18 научни публикации (всички се отнасят до формулираните по-горе нейни научни направления и интереси). Четири от публикациите са самостоятелни, а две от тях са цитирани по един път. Съавтор е на четири ръководства за решаване на задачи по отделни части на математиката, преподавана във ВТУЗ.

Докторантката е участвала в пет научни проекта на НИС при ХТМУ. Част от тези проекти имат отношение към темата на дисертационния труд.

## **2. Преглед на дисертационния труд и анализ на резултатите:**

Дисертационният труд се състои от увод, 4 глави (общо 11 параграфа), библиография, заключение, декларация и списък на публикациите по дисертационния труд. Обхваща 162 страници, 14 фигури, цитирани са 287 литературни източника.

Основната част от изследванията в дисертацията са посветени на нелинейни неавтономни системи обикновени диференциални уравнения с променливи структура (дясна страна) и импулси. Ще обърна внимание на няколко съществени факта, отнасящи се за решенията на такъв тип уравнения:

- Решенията са частично непрекъснати функции с точки на прекъсване от първи род, т.е. те притежават ограничен „скок“. В точките на прекъсване се осъществяват импулсни въздействия и смяна на дясната страна на системата. Решенията са непрекъснати отляво в целия дефиниционен интервал. В дисертационния труд точките на прекъсване се наричат моменти на превключване;
- Моментите на превключване са специфични за всяко решение. С други думи, различните решения притежават различни точки на прекъсване.

При качествените изследвания на диференциалните уравнения е важно подходящо да се дефинира разстоянието между различните решения. За импулсните диференциални уравнения, разглеждани в дисертацията, е наложително да се дефинира разстояние между частично непрекъснати параметрично зададени криви (точно каквито са решенията). Параметърът на кривите или аргумента на решенията обикновено (както е в дисертационния труд) е времето. Освен това, както казахме по-горе, точките на прекъсване са специфични за всяка крива. Това означава, че разстоянието трябва да е подходящо (адекватно) за прекъснати криви с различни точки на прекъсване.

В качествената теория на диференциалните уравнения без импулси по традиция се използва равномерното разстояние между решенията. Това разстояние, също така и съответните изследвания с успех може да се пренесат и за импулсните диференциални уравнения с **фиксирани** моменти на импулси. В този случай всички решения притежават едни и същи точки на прекъсване. Съответните оценки между решенията се осъществяват чрез многократни еднотипни оценки на съответните гладки части, които се получават за едни и същи стойности на времевия параметър. При импулсните уравнения с променливи импулсни моменти са известни резултати, при които се използва аналог на равномерното разстояние. При този аналог на равномерното разстояние се оценява разликата между решенията само за стойности на времето, до които двете сравнявани решения са претърпели равен брой импулсни въздействия. Ще

отбележа някои съществени недостатъци при този подход (при използване на тази мярка на отклонение):

- Решенията трябва да са продължими (в общия случай до бекрайност). Това изключва възможността за наличие на кондензация (точка на сгъстяване) на моментите на импулси. Следователно е задължително предварително да се предложат условия за отсъствие на този феномен, който е специфичен за уравненията с променливи импулсни моменти;
- Задължително е двата комплекта импулсни моменти на сравняваните решения да са еквивалентни помежду си. Не се допуска например едното от решенията да притежава ефекта „биене“, а другото – не. Ще припомним, че при наличие на ефекта биене решението многократно среща едно и също превключващо множество. Точно в моментите на тези срещи и само в тях се осъществяват импулсните въздействия;
- В общия случай, във времеви интервал, заключен между всяка двойка съответни импулсни моменти на сравняваните решения, няма „близост“ между тези решения. Причината за това е, че едното от тези решения е подложено на повече импулсни въздействия, отколкото другото. Следователно, ако в общите им гладки части сравняваните решения са „приблизително равни“, то разликата им в интервалите, заключени между съответните им импулсни моменти, са от порядъка на стойностите на импулсните функции, пресметнати в споменатите импулсни моменти. Импулсните функции и следователно импулсните въздействия или големините на „скока“ в точките на прекъсване е възможно да са сравнително от висок порядък (по-висок отколкото равномерното разстояние в гладките участъци на решенията). Това означава, че при сравняване на решенията е необходимо да се премахнат описаните по-горе интервали. Това обстоятелство води до други допълнителни усложнения. Например:
- Както казахме по-горе, импулсните моменти са функция на началното условие (или на който и да е друг параметър на импулсната система). Това буквално означава, че ако променим началното условие се променят и съответните импулсни моменти на решението. С други думи, интервалите между съответните импулсни моменти на сравняваните решения се изменят при промяната на началното условие (параметрите на системата). Това означава, че интервалите, които се отстраняват при оценките, не са фиксирани и не са известни предварително. При по-прецизните изследвания се налага да се търси оценка на разликата между съответните импулсни моменти, което допълнително усложнява изследователския процес;
- Така дефинираната мярка между решенията с изключване на части от времето (тези части, както обясних по-горе, са между съответните импулсни моменти) не удовлетворява дефиницията на математическото понятие разстояние. Поради това не е използваем апарата на функционалния анализ (и не само той) за осъществяване на желаните асимптотични оценки;
- В общия случай, съвкупността от интервалите, в които не може да се установи наличие на „близост“ между решенията, може да притежава нежелано голяма мярка (сума от дължините на тези интервали).

Възможно е разликата между частично непрекъснатите криви (в частност между решенията на импулсните диференциални уравнения) да се оценява с помощта на Евклидовото разстояние между тях. Тук обаче отново се достига до споменатото ограничение при използване на функционалния анализ, тъй като Евклидовото разстояние между множества не удовлетворява изискванията за разстояние.

Направеният анализ ме убеждава напълно в целесъобразността на използване на Хаусдорфовото разстояние между решенията на разглеждания от дисертантката клас диференциални уравнения. Ще добавя, че **българските математици имат сериозни успехи при използване на тази метрика** в теорията на апроксимациите. Тук ще спомена имената на Бл. Сендов, В. Попов, Б. Боянов, В. Веселинов, С. Марков, П. Петрушев и др., които са автори на забележителни изследвания в теория на апроксимациите с използване на Хаусдорфовото разстояние.

**Първата глава** на рецензирания труд има встъпителен характер. Основните резултати в нея се съдържат в последния параграф. Изучават се разнообразни свойства на Хаусдорфовото разстояние между частично непрекъснати криви. Основополагаща е Теорема 1.3, която е доказана по два независими начина, основаващи се на различни еквивалентни дефиниции на Хаусдорфовото разстояние между множества. Конкретно, установено е че, ако множествата  $A_1, A_2, B_1, B_2 \subset R^n$  са ограничени, то

$$\rho_H(A_1 \cup A_2, B_1 \cup B_2) \leq \max\{\rho_H(A_1, B_1), \rho_H(A_2, B_2)\},$$

където с  $\rho_H = \rho_H(\dots)$  е означено Хаусдорфовото разстояние между съответните множества. Като следствие от тази теорема са получени десетина свойства на Хаусдорфовото разстояние между различни множества от  $R^n$ . Например, последното неравенство е обобщено за обединения от произволен брой множества. Освен това, подробно е разгледан случая, когато множествата са части от параметрични криви. Ще спомена още едно неравенство, което има самостоятелен интерес. Нека  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  са параметрично зададени криви, съответно за параметъра  $t \in \Delta_1$  и  $t \in \Delta_2$ . Нека  $\tau$  е биективно съответствие на интервала  $\Delta_1$  в интервала  $\Delta_2$  и  $\tau(\Delta_1) = \Delta_2$ . Тогава

$$\begin{aligned} \rho_H(\gamma_1, \gamma_2) &\leq \rho_R(\gamma_1(t), \gamma_2(\tau(t)), t \in \Delta_1) \\ &= \sup\{\|\gamma_1(t) - \gamma_2(\tau(t))\| = \rho_E(\gamma_1(t), \gamma_2(\tau(t))), t \in \Delta_1\}, \end{aligned}$$

където с  $\rho_R = \rho_R(\dots)$  и  $\rho_E = \rho_E(\dots)$  са означени съответно равномерното разстояние между параметрични криви и Евклидово разстояние между точки в  $R^n$ .

**Втората глава** е посветена на изучаването на клас неавтономни диференциални уравнения с импулси и постоянна структура. Импулсните моменти са фиксирани и равноотдалечени един от друг. Смущенията, които се извършват върху основната (изходната) начална задача, са свързани както с промяна на началната точка, така и с промяна на импулсните моменти. Този вид смущения е характерен само за уравненията с фиксирани моменти на импулси. След осъществяване на смущенията новополучената задача е прието да се нарича смутена. В тази глава траекториите на разглежданите две задачи (изходна и смутена) са дефинирани в ограничен от горе фиксиран времеви

интервал. Нека горната граница на дефиниционните интервали е константата  $T$ . Въведено е понятието орбитална Хаусдорфова зависимост на решенията на описания основен клас импулсни диференциални уравнения относно началната точка и импулсните моменти. Да означим с  $\chi[t_0, T]$  и  $\chi^*[t_0^*, T]$  траекториите съответно на изходната и смутената задача. Тук  $t_0$  и  $t_0^*$  са съответно началните моменти на решенията на тези две задачи. Намерени са естествени ограничения, при които „контролируемо малки“ изменения на началните условия и големините на импулсните моменти определят траектория  $\chi^*[t_0^*, T]$  така, че Хаусдорфовото разстояние между нея и траекторията на изходната задача  $\chi[t_0, T]$  е произволно малко (отнапред зададено число). Не са ми известни аналогични резултати. Внимателният прочит на доказателствата ми дава основание да твърдя, че изискването за равномерна отдалеченост на импулсните моменти в изходната задача не е съществено. Лесно може да се получи по-общ резултат, ако се пренебрегне това изискване.

Получените резултати са потвърдени с помощта на математически модел на процеса на лечение на пациент. В разглеждания модел неизвестната функция е концентрацията на лекарствено средство в кръвта на пациента. Ясно е, че по време на лечебния процес лекарството се разгражда. Т.е., ако няма външна намеса, концентрацията му строго монотонно намалява. Освен това, импулсивно (чрез инжектиране) необходимото лекарствено средство се набавя в кръвта на пациента. Естествено е да се предполага, че външното импулсно въздействие (представляващо добавяне на лекарствено средство) се осъществява равномерно през определен фиксиран интервал от време. Математическият модел се дава чрез импулсно диференциално уравнение с фиксирани равноотдалечени импулсни моменти. Установено е, че ако се наруши „незначително“ ритъмът на подаване на лекарственото средство, то траекторията на „нарушения“ лечебен процес е „близо“ до траекторията на идеалното лечение. Близостта се определя в термините на Хаусдорфовото разстояние за ограничен във времето лечебен процес. Направени са съответните изводи.

В **трета глава** се изследват качествата на решенията на нелинейни неавтономни системи диференциални уравнения с променливи структура и импулси. Основните параметри на такава система са:

- Изброимо множество от функции  $F = \{f_i : R^+ \times D \rightarrow R^n, i = 1, 2, \dots\}$ , където  $D$  е област от  $R^n$ . Тези функции представляват елементи на променливата структура (дясната страна) на системата;
- Изброимо множество от функции  $\Phi = \{\varphi_i : D \rightarrow R, i = 1, 2, \dots\}$ . Те са споменатите по горе превключващите функции на системата;
- Изброимо множество от функции  $I = \{I_i : D \rightarrow R^n, i = 1, 2, \dots\}$ . Това са импулсните функции на системата.

Моментите на последователната:

- 1) смяна на структурата на системата;
- 2) смяна на превключващите функции;

### 3) импулсните въздействия

съвпадат по между си. Те се наричат превключващи моменти и представляват моментите, в които траекторията на съответната начална задача анулира съответната превключваща функция. За такива системи е въведено понятието орбитална Хаусдорфова зависимост относно началната точка и импулсните въздействия. По друг начин казано, при този тип зависимост „малки“ смущения на началната точка и импулсните въздействия водят до „малки“ различия между траекториите на основната начална задача и съответната ѝ смутена задача. Както и в предходната глава, така и тук траекториите са дефинирани в предварително фиксиран и ограничен времеви интервал. Разстоянието между траекториите е в термините на Хаусдорфовата метрика. Основният резултат в главата (Теорема 3.3) се състои в намирането на достатъчни условия, които гарантират описания тип зависимост. Доказателството е сравнително дълго (11 страници) и изисква сериозна упоритост и издръжливост от страна на читателя. В споменатото доказателство са доказани редица твърдения, които имат право на самостоятелно съществуване. За пълнота бих посочила няколко от тях:

- Ако траекторията на основната задача не анулира превключващите функции, то при сравнително „малки“ смущения на началната точка и импулсните функции траекторията на смутената задача също не анулира превключващите функции;
- Ако траекторията на основната задача анулира определен брой превключващи функции до ограничителния момент  $T$ , то при сравнително „малки“ смущения на началната точка и импулсните функции траекторията на смутената задача анулира същите превключващи функции до момента  $T$ ;
- При сравнително „малки“ смущения на началната точка и импулсните функции разликата между съответните импулсни моменти на двете решения е също „малка“ и др.

Струва ми се, че споменатите по-горе твърдения може да се представят отделно, като се въведат и подходящи за целта дефиниции. По този начин ще се облекчи работата на читателя и освен това, тези отделно формулирани резултати ще могат да се цитират значително по-удобно в бъдещи изследвания по аналогични теми.

Теоретичните резултати, получени в главата, са приложени върху обобщен математически модел на Лотка-Волтера, описващ еволюционната динамика на съобщество от тип хищник-жертва. Обобщенията в модела са в две направления:

- Съобществото последователно сменя скоростта на растежа на популацията;
- Съобществото е подложено на кратковременни външни въздействия.

В последната **четвърта глава** на дисертацията се изследва задачата от предходната глава. Посветена е на намирането на достатъчни условия за орбитална Хаусдорфова устойчивост на решенията (относно началната точка). Основните ограничения наложен на изследваната задача са следните:

- Предполага се, че превключващите функции са линейни, т.е. имаме
$$\varphi_i(x) = \varphi_i(x^1, x^2, \dots, x^n) = \langle a_i, x \rangle - \alpha_i = a_i^1 x^1 + a_i^2 x^2 + \dots + a_i^n x^n - \alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots$$
Тук
$$a_i = (a_i^1, \dots, a_i^n) \in R^n \text{ и } \alpha_i \in R;$$
- Предполага се, че множествата  $F, \Phi$  и  $I$  (дефинирани по-горе) са крайни;

- Предполага се, че всяка една система без импулси с дясна страна принадлежаща на  $F$  притежава орбитално гравитиращи решения. Последното означава, че съществува константа  $k \geq 1$ , такава, че Хаусдорфовото разстояние между всеки две траектории на системата без импулси е  $k$ -пъти по-малко от тяхното Евклидово разстояние.

В последния параграф на дисертацията е разгледана моделна система, описваща отклонението от равновесното положение и скоростта на движение на материална точка, подложена на външни дискретни импулсни въздействия в моментите, в които точката преминава през горното си равновесно положение. В тези моменти материалната точка се премества скокообразно, нейната скорост се анулира и се сменя честотата на движението ѝ. Математическият модел представлява система обикновени диференциални уравнения с променливи структура и импулси. Намерени са естествени ограничения на параметрите на съответния математически модел, при които решението е орбитално Хаусдорфово устойчиво.

### **3. Съответствие между автореферата и дисертационния труд:**

Авторефератът на дисертационния труд е сравнително обстоен, 43 страници. Състои се от уводна част; анализ и съдържание на всяка от четирите глави на дисертацията; библиография (съвпадаща с библиографията на дисертацията); заключение; декларация и списък на публикациите по дисертационния труд.

При анализа на всяка една от главите е формулирана основната задача там (обект на изследване), дадени са основните дефиниции (в основната си част те са творчество на дисертантката), представен е пълен списък от условията, с помощта на които се формулират основните твърдения в отделните глави. Параграфите, в които са дадени приложения, са съпроводени и с тълкуване на съответните резултати в термините на съответната приложна наука. Ясно са подчертани изводите, които следват от разглежданите динамични модели. Накратко, авторефератът напълно съответства на дисертацията.

В заключението (стр. 42) са изброени по-важните приноси в рецензията труд. Считаю, че то отразява правилно достиженията на докторантката. В декларацията относно авторските права е посочен ясно произходът на резултатите.

### **4. Характеристика и оценка на приносите в дисертационния труд:**

Изследванията на Валентина Радева, представени в дисертационния труд, можем да причислим, както към фундаменталната така и към приложната част на науката (точно на обикновените диференциалните уравнения).

**В теоретично направление е постигнато следното:**

1. Получени са нови свойства на Хаусдорфовото разстояние между параметрично зададени частично непрекъснати криви;
2. Въведено и изучено е понятието орбитална Хаусдорфова зависимост на решенията на клас диференциални уравнения с импулси (с постоянна структура) относно разликата между последователни импулсни моменти;

3. Въведено и изучено е понятието орбитална Хаусдорфова зависимост на решенията на клас диференциални уравнения с променливи структура и импулси относно импулсните въздействия;
4. Въведено и изучено е понятието орбитална Хаусдорфова устойчивост на решенията на клас диференциални уравнения с променливи структура и импулси.

Получените теоретични резултати можем да охарактеризираме като развитие на теорията на диференциалните уравнения в едно специфично тяхно направление (диференциални уравнения с променливи структура и импулси).

**Накратко, основните елементи на новост са:**

1. Използване на Хаусдорфова метрика за отчитане на разстоянието между решенията на указания клас диференциални уравнения;
2. Въвеждане и изучаване на специфични свойства, характерни само за този клас диференциални уравнения.

Получените приложни резултати са както следва:

1. Създадени с обобщения на известни динамични математически модели. Тук ще посочим широко разпространени модели от фармакокинетиката, популационната динамика и теорията на автоматичното регулиране. Новото в представените модели е, че са отчетени:
  - 1.1. Наличие на кратковременни (импулсни) външни въздействия. Въздействията водят до рязка промяна в състоянието на описвания процес и се описват с помощта на импулси;
  - 1.2. Наличие на резки изменения на законите на развитие на изучаваните процеси (основно на тяхната скорост на изменение). Този феномен се описва чрез моментална смяна на десните страни на моделните системи;
2. Теоретичните резултати (посочени по-горе) са приложени върху създадените обобщени динамични математически модели.

Ограниченията са леснопроверими и до голяма степен са естествени. Резултатите са разтълкувани от гледна точка на процесите, които са описани чрез тях. Считаю, че представените модели от една страна легитимират развитата в дисертацията математическа теория, а от друга страна имат собствен изследователски интерес, отнасящ се до математическото моделиране на специфично смутени динамични процеси.

**Заклучение:** Представеният дисертационен труд съдържа научни и научно-приложни резултати, които представляват оригинален принос в професионалното направление 4.5. Математика и показва, че кандидатът притежава задълбочени теоретични знания по съответната специалност „Диференциални уравнения” и способности за самостоятелни научни изследвания.

**5. Мнение за публикациите на дисертантката по темата на дисертационния труд:**

Публикациите по дисертационния труд удовлетворяват минималните изисквания на чл. 11 (4) от ППНСЗД в ХТМУ. Действително, дисертантката е автор на две

публикации в специализирани и индексирани научни списания (второто и в Скопус):

1. Dishlieva K., Dishliev A., Nenov S., **Radeva V.**, *Hausdorff metrics and parametric curves, International Electronic J. of Pure and Applied Mathematics*, (2014), Vol. 8, № 2, 53-65;
2. Dishlieva K., Dishliev A., **Radeva V.**, *Orbital Hausdorff dependence on impulsive differential equations, International J of Differential Equations and Applications*, (2014), Vol. 13, № 3, 145-163.

На базата на тези публикации почти единтично са оформени два параграфа от дисертационния труд, §1.5 и §2.1. Резултатите в тези параграфи са коментирани в предходната втора точка от рецензията.

#### **6. Критични бележки и препоръки:**

Нямам съществени критични бележки. Част от препоръките в научно отношение съм посочила при анализ на постигнатите резултати.

В документацията не намерих сведенията за апробация и цитирания на резултатите по дисертацията.

Бих предложила на докторантката няколко възможности за продължаване на изследванията ѝ по темата на дисертацията:

1. Изследвания върху Хаусдорфова орбитална устойчивост на различни класове диференциални уравнения (например: линейни, нелинейни, с импулси, с променлива структура, със закъснения, с максимуми, дефинирани в специални, сравнително общи пространства и т.н.);
2. Изследвания върху Хаусдорфова орбитална устойчивост относно специфични параметри, характерни само за класа уравнения (например относно: импулсните смущения, превключващите функции и превключващи множества, превключващите моменти, дължините на интервалите за закъснение, дължините на интервалите, в които се определят максимуми и т.н.);
3. Намиране на конкретни условия за съществуване на посочените в предходните две точки качества при решенията на някои обобщени моделни диференциални уравнения. Тълкуване на резултатите в термините на съответния моделиран процес и др.

#### **7. Лични впечатления за дисертантката:**

Познавам дисертантката бегло от няколко разговора, които съм провела с нея, във връзка с дисертацията. Впечатлението което съм придобила отговаря на представите ми за трудолюбив, доброжелателен и отзивчив изследовател, който има амбициите да докаже дисертабилния характер на резултатите си. Вероятно тя ще продължи своята работа в областта на качествената теория на импулсните диференциални уравнения и след провеждане на процедурата по защита на дисертационния труд.

## 8. Заключение:

Въз основа на запознаването ми с представените научни трудове (дисертация, автореферат и публикации по темата на дисертацията), тяхната значимост, съдържащите се в тях научни и научно-приложни приноси, намирам за основателно да заявя, че мнението ми относно придобиването на образователната и научна степен „доктор“ по:

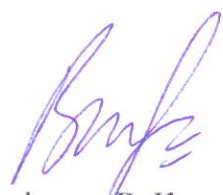
- Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;
- Професионално направление: 4.5. Математика;
- Научна специалност: Диференциални уравнения

е **положително**.

**Препоръчвам на научното жури да присъди образователната и научната степен „доктор“ на гл. ас. Валентина Илиева Радева.**

20.11.2014 г.

Рецензент:.....



(проф. дмн В. Кирякова)