

**СТАНОВИЩЕ**  
относно дисертационен труд  
за придобиване на образователната и научна степен „доктор“

**Тема:** “Орбитална Хаусдорфова зависимост и устойчивост на диференциални уравнения с променливи структура и импулси”;

**Автор:** гл. ас. Валентина Илиева Радева;

**Област на висше образование:** 4. Природни науки, математика и информатика

**Профессионално направление:** 4.5. Математика;

**Научна специалност:** Диференциални уравнения;

**Научни ръководители:** проф. д-р Ангел Борисов Дишлиев, ХТМУ,  
доц. д-р Катя Георгиева Дишлиева, ТУ-София;

**Изготвил становището:** доц. д-р Катя Дишлиева

**Структура на дисертационния труд.**

Представеният дисертационен труд е поместен на 162 стандартни страници и е структуриран в увод, четири глави, библиография, заключение, декларация за оригиналност на резултатите и списък на публикациите на дисертантката по темата на дисертацията. Главите са съставени от общо 11 параграфа. Библиографията съдържа 287 заглавия. От тези литературни източници 2 са с автор гл. ас. В. Радева. Основната част от цитираната литература е посветена на изследвания върху фундаменталната и качествена теория на диференциални уравнения с импулси и диференциални уравнения с прекъсната дясна част. Посочени са достатъчно публикации, посветени на приложенията на тези типове уравнения в математическото моделиране. От формулираните базови резултати и тяхното уместно и целесъобразно използване в доказателствата на твърденията в дискутираната дисертация става ясно, че авторката е добре запозната със съвременното състояние на разглежданите проблеми.

**Актуалност на изучаваните математически обекти и задачи.**

Разглежданият дисертационен труд е посветен на качествената теория на един сравнително нов математически обект - нелинейни диференциални уравнения с променливи структура и импулси. Тези уравнения обхващат и обобщават най-съществените свойства на импулсните диференциални уравнения от една страна и диференциалните уравнения с прекъсната дясна част от друга. Импулсните уравнения (с постоянна структура) се използват най-често при описание и изучаване на развитието на динамични процеси, подложени на дискретни във времето външни въздействия. На тяхната фундаментална и качествена теория и особено на приложенията им са посветени над 30 монографии. Приложенията на диференциални уравнения с променлива структура (без импулсни въздействия) са предимно в теорията на управлението и те са сравнително добре изучени. Използването на Хаусдорфовата метрика за оценяване на разликите между траекториите на основното и смутеното решение на диференциални уравнения (без импулси) се използва в няколко изследвания на C. Markov, S. Sivasundaram, V. Lakshmikantham, T. Gnana, J. Vasundhara Devi, S. Leela и др.

Диференциалните уравнения с променлива структура и импулси съчетават качествата и особеностите на споменатите по-горе уравнения. Те са въведени в работата:

*Milev N., Bainov D., Roach G., Stability of linear systems of differential equations with variable structure and impulse effect, Mathematical Methods in the Applied Sciences, Vol. 11, Issue 2, (1989), 271-278.*

Някои качества на техните решения са изучени в изследванията на Д. Байнов, А. Дишилиев, Р. Чуклева, С. Петкова W. Gao, J. Hung и др.

Като имам предвид, че теорията на тези „хиbridни“ диференциални уравнения е сравнително слабо развита, считам, че темата е актуална и дисертационният труд е важна стъпка в тази посока.

### **Преглед на дисертационния труд и анализ на резултатите.**

Моментите, в които се извършват едновременно импулсните въздействия и смяната на структурата в разглеждания клас уравнения, се наричат моменти на превключване. От начина, по който се определят моментите на превключване, системите с променливи структура и импулси се разделят на няколко вида. В дисертационния труд моментите на превключване съвпадат с моментите, в които траекторията на съответната начална задача анулира предварително зададени функции, дефинирани във фазовото пространство на системата от диференциални уравнения. Тези функции се наричат превключващи. Ясно е, че решенията на разглеждания клас диференциални уравнения са частично непрекъснати функции и моментите на прекъсване на тези решения съвпадат с превключващите моменти. Един от фундаменталните въпроси, разрешен във всяка формулирана задача, отнасяща се за изследваните уравнения, се състои в намирането на условия, които гарантират отсъствие на точка на кондензация за превключващите моменти. Това обстоятелство дава възможност за разглеждане и изучаване на различни асимптотични свойства на решенията. Действително, ако превключващите моменти притежават точка на състяване, то решението не е продължимо надясно от тази точка. Следователно, в този случай редица важни качества на решенията не може да се изучават. Нещо повече, те не може да се дефинират коректно. Към споменатите качества спадат: устойчивост, монотонност, осцилиране, периодичност, еквивалентност и т.н. Изборът на Хаусдорфовата метрика в пространството на частично непрекъснатите функции (към което принадлежат и решенията на класа диференциални уравнения, изследвани в дисертацията) не е случаен. Точно тази метрика оценява адекватно разликите между частично непрекъснатите функции (решенията на диференциалните уравнения). В началото на дисертацията са припомнени няколко основни понятия, свързани с Хаусдорфовото разстояние между множества и в частност между параметрично зададени криви. Намерени са няколко неравенства, които имат съществена роля в изследването на Хаусдорфовото разстояние между траекториите на импулсни диференциални уравнения (с или без променлива структура). Основният резултат се състои в следното. Показано е, че Хаусдорфовото разстояние между две по части непрекъснати криви е по-малко от най-голямото Хаусдорфово разстояние между съответните непрекъснати части на тези криви. В такъв смисъл, ако се оценят отгоре съответните последователни гладки части на траекториите на две решения, то ще се получи оценка на глобалните траектории на тези решения. Този резултат е залегнал в основата на доказателствата на почти всички основни теореми в дисертационния труд.

Бих отличила следните най-важни резултати, отнасящи се за качествената теория на диференциалните уравнения с променливи структура и импулсни моменти:

- Въведени са понятия, които са специфични за класа разглеждани уравнения - орбитална Хаусдорфова зависимост от разликата между последователни импулсни моменти; орбитална Хаусдорфова зависимост относно импулсните въздействия, орбитална Хаусдорфова устойчивост относно началното условие и др.;
- Намерени са условия (лесно проверяеми), които гарантират съществуването на споменатите по-горе качества на решенията. На места изглежда, че изискуемите условия са прекалено много на брой. Това се дължи на следните два факта: 1) параметрите на такива уравнения са много на брой – десни страни на системата, начални условия, превключващи функции, импулсни функции, превключващи моменти и т.н.; 2) стилът на изложение на дисертантката е пунктуален, поради което на всяко изискване е «отредено забележимо отделно място». Това обстоятелство създава илюзията за многобройност на условията;
- Всеки отделен основен резултат в дискутираната работа е съпроводен с подходящо избран потвърждаващ пример. Примерите по същество са прекъснати аналогии и обобщения на известни модели от биологията, фармакокинетиката и техниката. Получените резултати са апробирани върху тях. Дадено е съответно тълкуване на потвърждаващите примери.

#### **Характеристика на приносите в дисертационния труд.**

Основните приноси на автора на дисертационния труд могат да се определят като теоретични, запълващи "свободни места в научното познание". Задължително е да се акцентира на възможността за приложения на резултатите върху различни импулсни модели от биологията, фармакокинетиката и др. Тъкмо тези приложения са обусловили необходимостта от провеждане на представените научни изследвания. Адекватността на теорията и нейната актуалност подкрепят моето мнение, че резултатите на дисертантката са важни и заемат подходящо място в развитието на научното познание. Убедена съм, че изследванията ще имат отражение в по-нататъшни научни търсения, както на В. Радева така и на други изследователи.

#### **Публикации.**

По темата на дисертацията, кандидатката е представила 2 научни статии, публикувани в международните списания *International Electronic J. of Pure and Applied Mathematics* и *International J of Differential Equations and Applications*. В тези публикувани трудове са отразени части от дисертацията. Както казах в началото на становището, посочените публикации отговарят на минималните изисквания в Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ХТМУ - София (визирал чл. 11 ал. 4).

Авторефератът отразява обективно дисертационния труд.

#### **Критични бележки и препоръки.**

Определено считам, че дисертантката се е справила с поставените задачи и цели, произтичащи от формулираните на стр. 19 от увода „основни цели на дисертационния труд.“ На някои места са допуснати типографски грешки, което е

разбирамо и неизбежно при обработката на големи научни текстове. Тъй като съм научен ръководител на дисертантката, е естествено да нямам критични бележки по същество.

Бих си позволила да посоча направления, в които идеите в дисертационния труд може да бъдат продължени:

- Установяване на условия за орбитална Хаусдорфова устойчивост на решенията на диференциални уравнения с променливи структура и импулси в по-общия случай, когато превключващите функции не са линейни;
- Установяване на условия за непрекъсната зависимост и устойчивост относно разликите между импулсните моменти на решенията на горния клас уравнения в случая, когато съседните импулсни моменти не са равноотдалечени във времето;
- Формулиране на аналогични резултати и в по-прости случаи на Евклидово разстояние между траекториите на изследваните уравнения и др.

#### **Лични впечатления.**

Познавам В. Радева от преди десетина години - от постъпването й на работа в ХТМУ. По време на нашата съвместна работа върху дисертационния труд тя прояви качества, които не мога да пропусна: коректност в научните дискусии; любознателност и целеустременост в нейната изследователска дейност; яснота в постановките на научните задачи; завършеност и пълнота на доказателствата и др. Тези нейни качества ще спомогнат за по-нататъшното й научно израстване.

#### **Заключение.**

Оценката ми за качествата на дисертационния труд на гл. ас. В. Радева е **положителна**. Удовлетворени са изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ХТМУ.

Изложените по-горе факти ми дават основание да предложа на Научното жури да присъди образователната и научна степен „доктор“ на Валентина Илиева Радева в:

- научна област: 4. Природни науки, математика и информатика;
- професионално направление: 4.5. Математика;
- научна специалност: Диференциални уравнения.

15.11. 2014 г.

Член на научно жури: .....  
/доц. д-р К. Дишлиева/  
